

# Gecondenseerde verzamelingen

Thomas van Maaren

14 juni 2024

## Definitie

Een functor  $F : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$  is **fully faithful** als voor willekeurige  $X$  en  $Y$  in  $\mathcal{C}$  de afbeelding

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{C}}(X, Y) \rightarrow \mathrm{Hom}_{\mathcal{D}}(FX, FY)$$

bijjectief is.



## Definitie

Een **pro-eindige** verzameling is een topologische ruimte die voldoet aan de volgende eigenschappen:

- ▶ Hausdorff
- ▶ Compact
- ▶ Metriseerbaar
- ▶ Totaal onsamenhangend

## Definitie

Een topologische ruimte is **Totaal onsamenhangend**, als alle samenhangende deelverzamelingen singletons zijn.

Voorbeelden van **Pro-eindige** verzamelingen zijn:

- ▶  $\emptyset$
- ▶  $\{*\}$
- ▶  $\mathbb{N}^\infty$
- ▶ De Cantorverzameling





## Definitie

Een **gecondenseerde verameling** is een functor

$$X : \mathrm{Pro}_{\mathbb{N}}(\mathrm{fin})^{\mathrm{op}} \rightarrow \mathrm{Set}.$$

Het moet voldoen aan drie eigenschappen



## Definitie

Zij  $X$  een topologische ruimte en  $A \subset X$ . Dan is  $A$  **sequentieel gesloten** dan en slechts als voor elke convergerende rij  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset A$  geldt dat alle limietpunten zich in  $A$  bevinden.

## Definitie

Een topologische ruimte  $X$  is **sequentieel** als voor alle  $A \subset X$  geldt dat  $A$  gesloten is dan en slechts dan als  $A$  sequentieel gesloten is.

## Definitie

Voor een topologische ruimte  $X$  definiëren we de **sequentialisatie**  $x^{\text{Seq}}$ , waarbij  $A \subset x^{\text{Seq}}$  gesloten is dan en slechts dan als  $A$  sequentieel gesloten is in  $X$ .